Chapitre 4 : Loi de décroissance radioactive

1. Noyaux atomiques

1.1. Caractéristiques d'un noyau

Un noyau atomique est constitué de **protons** et de **neutrons**. Ces deux particules sont appelées **nucléons**.

— Le proton porte la charge électrique élémentaire positive : $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

— Le neutron est électriquement neutre.

— La notation symbolique d'un noyau est : ${}^{A}_{Z}X$.

Dans cette notation, X est le symbole chimique, Z le numéro atomique, A le nombre de masse et : $N = A - Z$ le nombre de neutrons.

1.2. Élément chimique, nucléide et isotopes

Un **élément chimique** regroupe tous les atomes et ions monoatomiques possédant le même numéro atomique Z.

Un **nucléide** est l'ensemble des noyaux caractérisés par le même couple (Z, A) et le même état énergétique.

Deux noyaux sont **isotopes** s'ils possèdent le même numéro atomique Z, mais des nombres de masse A différents.

Exemples :

Élément	Isotope 1	Isotope 2	Isotope 3
Hydrogène	${}^{1}_{1}\mathrm{H}$	${}^{2}_{1}\mathrm{H}$	${}^{3}_{1}\mathrm{H}$
Oxygène	${}^{16}_{8}\mathrm{O}$	${}^{17}_{8}\mathrm{O}$	${}^{18}_{8}\mathrm{O}$
Carbone	${}^{12}_{6}\mathrm{C}$	${}^{13}_{6}\mathrm{C}$	${}^{14}_{6}\mathrm{C}$
Uranium	${}^{234}_{92}\mathrm{U}$	${}^{235}_{92}\mathrm{U}$	${}^{238}_{92}\mathrm{U}$

1.3. Abondance naturelle des isotopes

Dans la nature, les différents isotopes d'un même élément chimique ne sont généralement pas présents dans les mêmes proportions.

On appelle **abondance isotopique** la proportion, souvent exprimée en pourcentage, d'un isotope dans un échantillon naturel de l'élément considéré.

Pour un élément possédant plusieurs isotopes, la somme de leurs abondances naturelles est égale à 100 %.

Exemples :

Éléments	Isotopes et abondance naturelle		
Hydrogène	(0,015%) $^{2}_{1}H$	(99,985%) $^{1}_{1}H$	(0,0001%) $^{3}_{1}H$
Oxygène	(0,037%) $^{17}_{8}O$	(99,759%) $^{16}_{8}O$	(0,204%) $^{18}_{8}O$
Carbone	(0,0001%) $^{14}_{6}C$	(99,9999%) $^{12}_{6}C$	
Uranium	(0,718%) $^{235}_{92}U$	(0,006%) $^{234}_{92}U$	(99,276%) $^{238}_{92}U$

Figure 1 – Abondance naturelle de quelques isotopes

2. Stabilité et instabilité des noyaux

Dans un noyau, deux interactions principales s'opposent :

— les **répulsions électriques** entre protons, qui tendent à déstabiliser le noyau ;

— l'**interaction nucléaire forte**, qui assure sa cohésion à très courte distance.

Un noyau est **stable** lorsque sa durée de vie peut être considérée comme infinie à l'échelle géologique. Il est **instable** lorsqu'il se transforme spontanément au bout d'une durée plus ou moins longue.

2.1. Radioactivité

La **radioactivité** est la transformation spontanée d'un noyau instable en un autre noyau, accompagnée de l'émission d'une particule et, souvent, d'un rayonnement électromagnétique γ.

Un noyau radioactif se désintègre en produisant un **noyau fils**, une particule α, β^- ou β^+, et éventuellement un rayonnement γ.

La radioactivité est une transformation nucléaire : elle modifie le noyau, contrairement à une transformation chimique qui concerne essentiellement le cortège électronique.

2.2. Propriétés de la désintégration

La désintégration radioactive est :

— **aléatoire** : l'instant de désintégration d'un noyau donné est imprévisible ;

— **spontanée** : aucune intervention extérieure n'est nécessaire ;

— **inéluctable** : tout noyau radioactif finit par se désintégrer.

2.3. Vallée de stabilité

Le diagramme (N, Z) classe les noyaux selon leur stabilité.

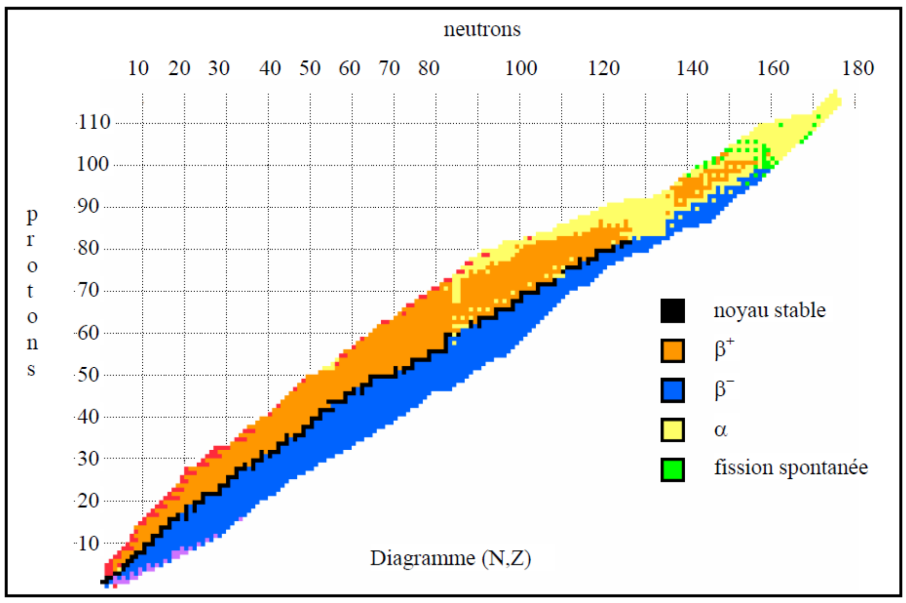


Figure 2 – Diagramme (N, Z) et vallée de stabilité

On y distingue quatre zones principales :

— Une zone noire dans laquelle apparaissent les noyaux stables ; appelée vallée de stabilité.

— Une zone jaune dans laquelle se situent des noyaux donnant lieu à une radioactivité de type α. Ce sont des noyaux lourds (N et Z sont grands donc A est grand) ; souvent $A > 200$

— Une zone bleue dans laquelle se situent des noyaux donnant lieu à une radioactivité β^-. Ce sont des noyaux qui présentent un excès de neutrons par rapport aux noyaux stables de même nombre de masse A,

— Une zone orange dans laquelle se situent des noyaux donnant lieu à une radioactivité β^+. Ce sont des noyaux qui présentent un excès de protons par rapport aux noyaux stables de même nombre de masse A.

3. Les différents types de radioactivité

3.1. Lois de conservation de Soddy

Pour une désintégration générale

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}a,$$

les lois de Soddy imposent :

$$\boxed{A = A_1 + A_2} \quad \text{et} \quad \boxed{Z = Z_1 + Z_2}.$$

3.2. Radioactivité α

un noyaux est radioactifs α s'ils émet des noyaux d'hélium : $^{4}_{2}\text{He}$.
L'équation de la radioactivité s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\text{He}.$$

Exemples :

$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \longrightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$
$$^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}.$$

3.3. Radioactivité β^-

un noyaux est radioactifs β^- s'ils émet 'un électron : $^{0}_{-1}\mathrm{e}$.
L'équation de la radioactivité s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}.$$

Le mécanisme microscopique correspond à la transformation :

$$^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{p} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Exemples :

$$^{60}_{27}\mathrm{Co} \longrightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

3.4. Radioactivité β^+

un noyaux est radioactifs β^- s'ils émet 'une particule appelée un positon : $^{0}_{+1}\mathrm{e}$.
L'équation de la radioactivité s'écrit :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}.$$

Le mécanisme microscopique correspond à la transformation :

$$^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}$$

Exemples

$$^{30}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}.$$

$$^{22}_{11}\mathrm{Na} \longrightarrow {}^{22}_{10}\mathrm{Ne} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}$$

$$^{18}_{9}\mathrm{F} \longrightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}$$

3.5. Désexcitation γ

Le noyau fils est en général obtenu dans un état excité (excès d'énergie).
Ce noyau dans cet état excité est en général noté Y^* .
Il revient à un état d'énergie plus faible en émettant un photon γ :

$$^{A}_{Z}Y^* \longrightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma.$$

L'émission γ ne modifie ni le nombre de masse A, ni le numéro atomique Z.

Exemples :

$$^{60}_{28}\text{Ni}^{*} \longrightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni} + \gamma$$

$$^{99m}_{43}\text{Tc} \longrightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + \gamma$$

3.6. Famille radioactive

Une **famille radioactive** est une succession de nucléides issus d'un même noyau père, par une suite de désintégrations, jusqu'à l'obtention d'un noyau stable.

Exemple : famille radioactive issue du radon 213

$$^{213}_{86}\text{Rn} \longrightarrow {}^{209}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

Le polonium 209 peut ensuite suivre deux voies :

$$^{209}_{84}\text{Po} \longrightarrow {}^{209}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{+1}\text{e}$$

ou

$$^{209}_{84}\text{Po} \longrightarrow {}^{205}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}.$$

Enfin :

$$^{209}_{83}\text{Bi} \longrightarrow {}^{205}_{81}\text{Tl} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

et

$$^{205}_{82}\text{Pb} \longrightarrow {}^{205}_{81}\text{Tl} + {}^{0}_{+1}\text{e}.$$

Le noyau $^{205}_{81}\text{Tl}$ obtenu à la fin de la chaîne est stable.

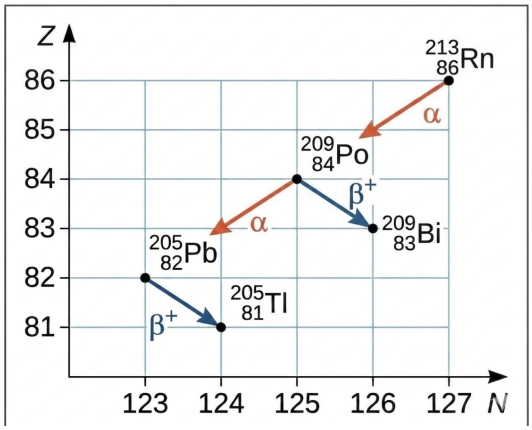


Figure 3 – Schéma d'une famille radioactive

4. Loi de décroissance radioactive

Le phénomène de la radioactivité est aléatoire au niveau microscopique et imprévisible, mais néanmoins elle obéit macroscopiquement à une loi dite **lois de décroissance radioactive.**

4.1. Équation différentielle

— Soit un échantillon contenant N noyaux radioactifs à une date t.

— Au cours d'une très petite durée dt ce nombre de noyaux radioactifs (non désintégrés) décroît de N à N+dN (avec $dN < 0$).

— Donc le nombre de noyaux désintégrés est $-dN$.

— La probabilité p de désintégration de $-dN$ pendant la durée dt est :

$$p = \frac{\text{nombre de désintégration qui ont lieu}}{\text{nombre de désintégration possible}} = \frac{-dN}{N}$$

— Pour une petite durée dt la probabilité de désintégration est proportionnelle à la durée dt : $p = \lambda.dt$

— La constante de proportionnalité λ est appelée la constante radioactive, exprimée en s^{-1}. Elle dépend du radioélément étudié.

— Donc :

$$p = -\frac{dN}{N} = \lambda\, dt.$$

On obtient :

$$\boxed{\frac{dN}{dt} + \lambda N = 0}.$$

C'est l'équation différentielle de la loi de décroissance radioactive.

4.2. Décroissance exponentielle

La solution est :

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}.$$

Ici :

— N représente le nombre de noyaux radioactifs encore présents (non désintégrés) à l'instant t dans l'échantillon.

— $N_0 = N(0)$ est le nombre initial de noyaux

— λ la constante radioactive. Son unité est s^{-1}.

— t le temps écoulé depuis l'instant initial ($t = t - t_0$)

4.3. Demi-vie radioactive

La **demi-vie radioactive** $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle le nombre moyen de noyaux radioactifs restants est égal à la moitié du nombre initial :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}.$$

Démonstration de l'expression de la demi-vie

À partir de la loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$,

On écrit, pour $t = t_{1/2}$: $N(t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$.

Or, par définition de la demi-vie : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

On obtient donc : $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$.

Après simplification par $N_0 \neq 0$: $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$.

En prenant le logarithme népérien des deux membres : $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda t_{1/2}$.

Comme $\ln(1/2) = -\ln 2$, il vient : $-\ln 2 = -\lambda t_{1/2}$.

Ainsi :

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}.$$

Nucleide	$^{212}_{84}$Po	$^{16}_{7}$N	$^{30}_{16}$S	$^{239}_{92}$U	$^{219}_{82}$Pb	$^{3}_{1}$H	$^{14}_{6}$C	$^{235}_{92}$U	$^{204}_{82}$Pb
Demi-vie	3.10^{-7}s	7,35 s	3min	23min	10,6 h	12,3 ans	$5{,}7.10^{3}$ans	7.10^{8}ans	10^{19}ans
Radioactivité	α	β^-	β^+	β^-	β^-	β^-	β^-	α	α

Figure 4 – Demi-vies de quelques noyaux radioactifs

Après n demi-vies :

$$\boxed{N(n\,t_{1/2}) = \frac{N_0}{2^n}}.$$

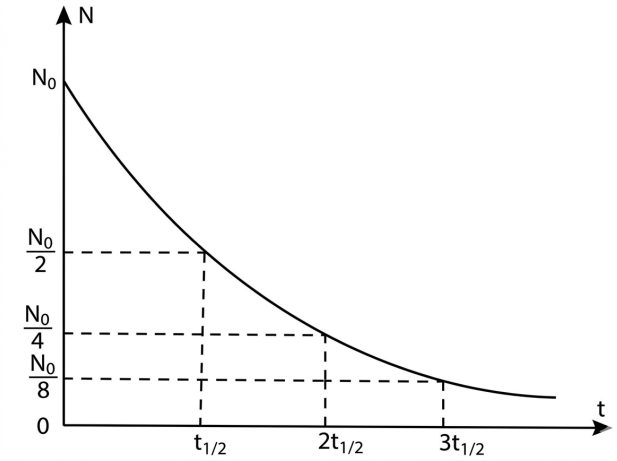


Figure 5 – Détermination graphique de la demi-vie

4.4. Constante de temps

La constante de temps radioactive est : $\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda}}$.

Elle vérifie : $\boxed{t_{1/2} = \tau \ln 2}$.

Graphiquement, la tangente à la courbe $N(t)$ à l'origine coupe l'axe des temps au point d'abscisse τ.

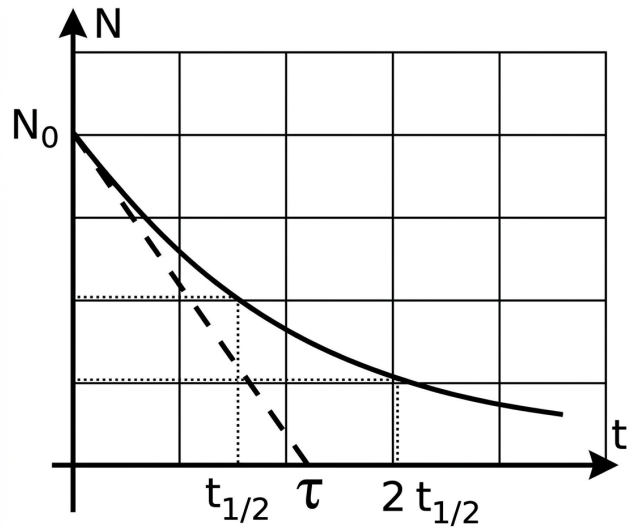


Figure 6 – Détermination graphique de la constante de temps

5. Activité d'une source radioactive

L'**activité** $A(t)$ est le nombre moyen de désintégrations par seconde. Elle s'exprime en becquerels :

$$1\,\text{Bq} = 1 \text{ désintégration par seconde.}$$

Par définition :

$$A(t) = -\frac{dN}{dt}.$$

Comme $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda N$, on obtient :

$$\boxed{A(t) = \lambda N(t)}.$$

Si $A_0 = \lambda N_0$, alors :

$$\boxed{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}}.$$

Le curie est une ancienne unité d'activité :

$$1\,\text{Ci} = 3{,}7 \times 10^{10}\,\text{Bq}.$$

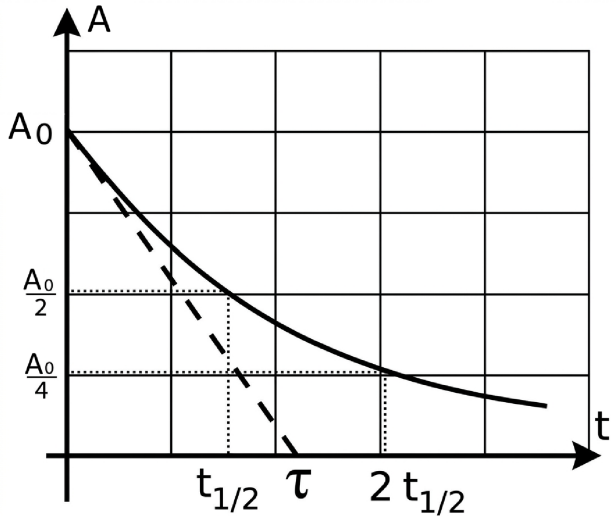


Figure 7 – Décroissance exponentielle de l'activité

6. Datation au carbone 14

Le carbone 14, $^{14}_{6}\text{C}$, est un isotope radioactif produit dans la haute atmosphère sous l'action du rayonnement cosmique.

Chez un organisme vivant, les échanges avec l'environnement maintiennent presque constant le rapport entre le carbone 14 et le carbone 12. Après la mort, ces échanges cessent : le carbone 14 n'est plus renouvelé et son activité décroît.

Si A_0 est l'activité au moment de la mort et $A(t)$ l'activité actuelle :

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

L'âge de l'échantillon est donc :

$$\boxed{t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)}$$

ou

$$\boxed{t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)}.$$

La datation au carbone 14 convient aux matériaux organiques et permet généralement de remonter jusqu'à environ 50 000 ans.

À retenir

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad A(t) = A_0 e^{-\lambda t},$$
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \qquad \tau = \frac{1}{\lambda}, \qquad A = \lambda N.$$