Chapitre III : La gravitation universelle

1. Loi de gravitation universelle

1.1. Énoncé de la loi

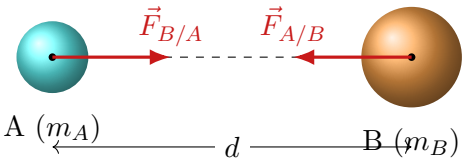
Deux corps ponctuels A et B de masses m_A et m_B, séparés par une distance d, exercent l'un sur l'autre des forces gravitationnelles attractives : même droite d'action, même intensité et sens opposés.

$$\boxed{F = G\frac{m_A m_B}{d^2}}$$

— **Constante de gravitation :** $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.

— Les masses sont en kilogrammes,

— La distance en mètres et la force en newtons.



1.2. Quelques applications corrigées

Exemple 1.
Deux masses ponctuelles $m_A = 2\,\mathrm{kg}$ et $m_B = 40\,\mathrm{kg}$ sont séparées de $d = 1\,\mathrm{m}$.

$$F = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{2 \times 40}{1^2} = \boxed{5{,}336 \times 10^{-9}\ \mathrm{N}}.$$

Exemple 2.
Corps de masse $m_S = 1500\,\mathrm{kg}$, à l'altitude $h = 1000\,\mathrm{m}$. Données : $M_T = 6 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$, $R_T = 6400\,\mathrm{km} = 6{,}4 \times 10^6\,\mathrm{m}$.
La distance entre les centres est $d = R_T + h = 6{,}401 \times 10^6\,\mathrm{m}$.

$$F = G\frac{M_T m_S}{(R_T + h)^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 1500}{(6{,}401 \times 10^6)^2}$$

$$\boxed{F \simeq 1{,}465 \times 10^4\ \mathrm{N}}$$

Exemple 3.
Force Terre–Lune. $M_T = 5{,}95 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$, $M_L = 7{,}37 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$, $d = 3{,}95 \times 10^5\,\mathrm{km} = 3{,}95 \times 10^8\,\mathrm{m}$.

$$F = 6{,}67 \times 10^{-11}\frac{(5{,}95 \times 10^{24})(7{,}37 \times 10^{22})}{(3{,}95 \times 10^8)^2}$$

$$\boxed{F \simeq 1{,}875 \times 10^{20}\ \mathrm{N}}$$

Comparaison :

— Les forces exercées par A sur B et par B sur A sont égales en intensité, opposées en sens, même si les masses sont différentes.

— La valeur varie fortement avec la masse et la distance.

Conclusion :
la gravitation est une interaction attractive, réciproque, à distance, universelle ; son intensité est proportionnelle au produit des masses et inversement proportionnelle au carré de leur distance.

2. Poids d'un objet

2.1. Champ de gravitation terrestre

— Un corps placé au voisinage de la Terre subit une force gravitationnelle.

— On dit qu'il se trouve dans le **champ de gravitation terrestre**.

— Le champ gravitationnel est dirigé vers le centre de la Terre.

— À faible altitude, il est assimilé au **champ de pesanteur** $\vec{g}$.

2.2. Poids et force de gravitation terrestre

— Le poids $\vec{P}$ d'un objet est, assimilé dans ce cours, à la force gravitationnelle exercée par la Terre sur cet objet :

$$\vec{P} = \vec{F}_{T/S} \text{ et } P = mg.$$

— Le poids est vertical et dirigé vers le centre de la Terre.

2.3. Poids en un point du champ de pesanteur

Un corps de masse m à l'altitude h est séparé du centre terrestre par la distance $R_T + h$.

La force gravitationnelle exercée par la Terre sur le corps est :

$$\boxed{F_{T/S} = G\frac{mM_T}{(R_T+h)^2}}$$

Le poids du corps est :

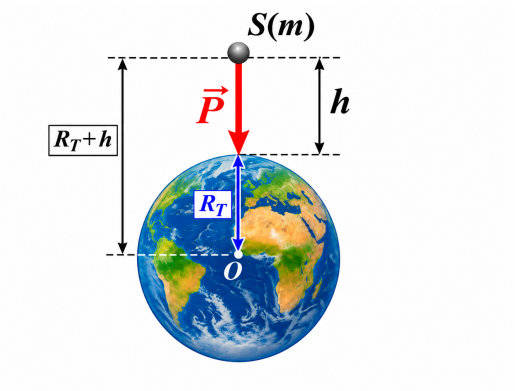
$$\boxed{P = mg = F_{T/S}}$$

Avec :

— M_T : masse de la Terre (kg) ;

— R_T : rayon terrestre (m) ;

— h : altitude du corps (m).



Poids d'un corps à l'altitude h

3.4. Intensité de la pesanteur

À l'altitude h : en identifiant $P = mg$ et $F_{T/S} = GmM_T/(R_T + h)^2$ puis en simplifiant par $m \neq 0$:

$$P = F_{T/S} \Rightarrow m.g = G\frac{m.M_T}{(R_T + \mathrm{h})^2}$$

$$\boxed{g\,(h) = G\frac{M_T}{(R_T + \mathrm{h})^2}}$$

À la surface ($h = 0$) :

$$\boxed{g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}}.$$

Exemples :

Au pôle Nord	À l'équateur	À Rabat
$9{,}830\,\mathrm{N\,kg^{-1}}$	$9{,}789\,\mathrm{N\,kg^{-1}}$	$9{,}796\,\mathrm{N\,kg^{-1}}$

Dans les exercices usuels, $g_0 \simeq 9{,}8\,\mathrm{N\,kg^{-1}}$, parfois arrondi à $10\,\mathrm{N\,kg^{-1}}$.

Relation entre g et g_0

À partir des deux expressions :

$$\frac{g(h)}{g_0} = \frac{GM_T/(R_T + h)^2}{GM_T/R_T^2} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}.$$

On obtient :

$$\boxed{g(h) = g_0\left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2}.$$

— L'intensité de la pesanteur **diminue quand l'altitude augmente**.

— À la surface, elle dépend aussi de la latitude, notamment en raison de la forme de la Terre et de sa rotation.

Précision scientifique :

— les expressions $g = GM_T/(R_T+h)^2$ et $g_0 = GM_T/R_T^2$ décrivent le modèle d'une Terre sphérique, sans prise en compte de sa rotation.

— Les différences de g avec la latitude relèvent d'un modèle plus complet.

Généralisation à une planète

Pour une planète sphérique de masse M et de rayon R :

À la surface	**À l'altitude h**	**Relation**
$g_0 = G\dfrac{M}{R^2}$	$g = G\dfrac{M}{(R+h)^2}$	$g = g_0\dfrac{R^2}{(R+h)^2}$

À retenir : la masse du corps ne modifie pas l'intensité du champ gravitationnel en un lieu donné. En revanche, son poids $P = mg$ est proportionnel à sa masse.