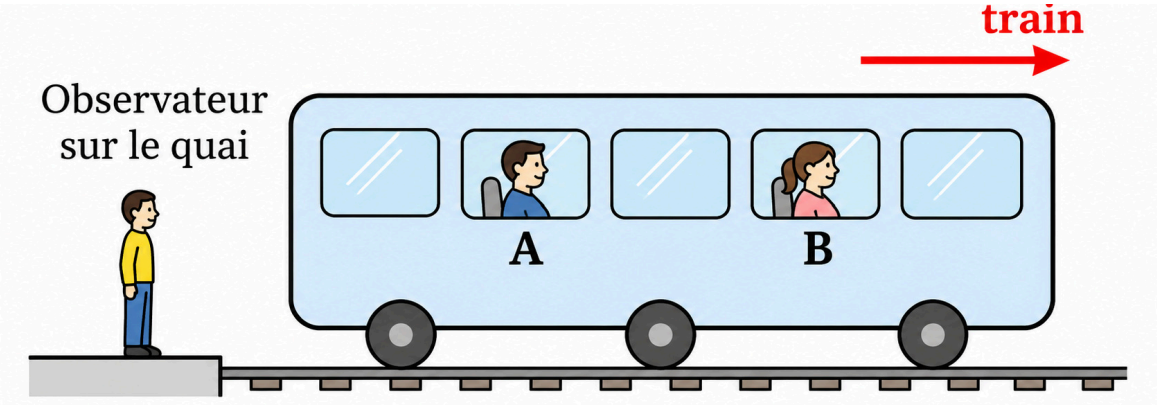
Chapitre IV : Le mouvement et la vitesse d'un point mobile

1. Généralités

1.1. Le référentiel



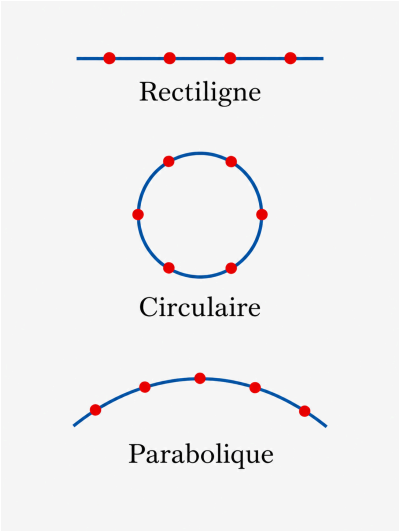
Observation du train : un train passe devant un observateur immobile sur le quai ; deux voyageurs A et B restent assis à leurs places.

- Dans le référentiel lié au quai, **le train est en mouvement**.
- Dans les référentiels liés à A et à B, **le train est au repos** (les sièges, les voyageurs et la voiture n'ont pas de déplacement relatif).

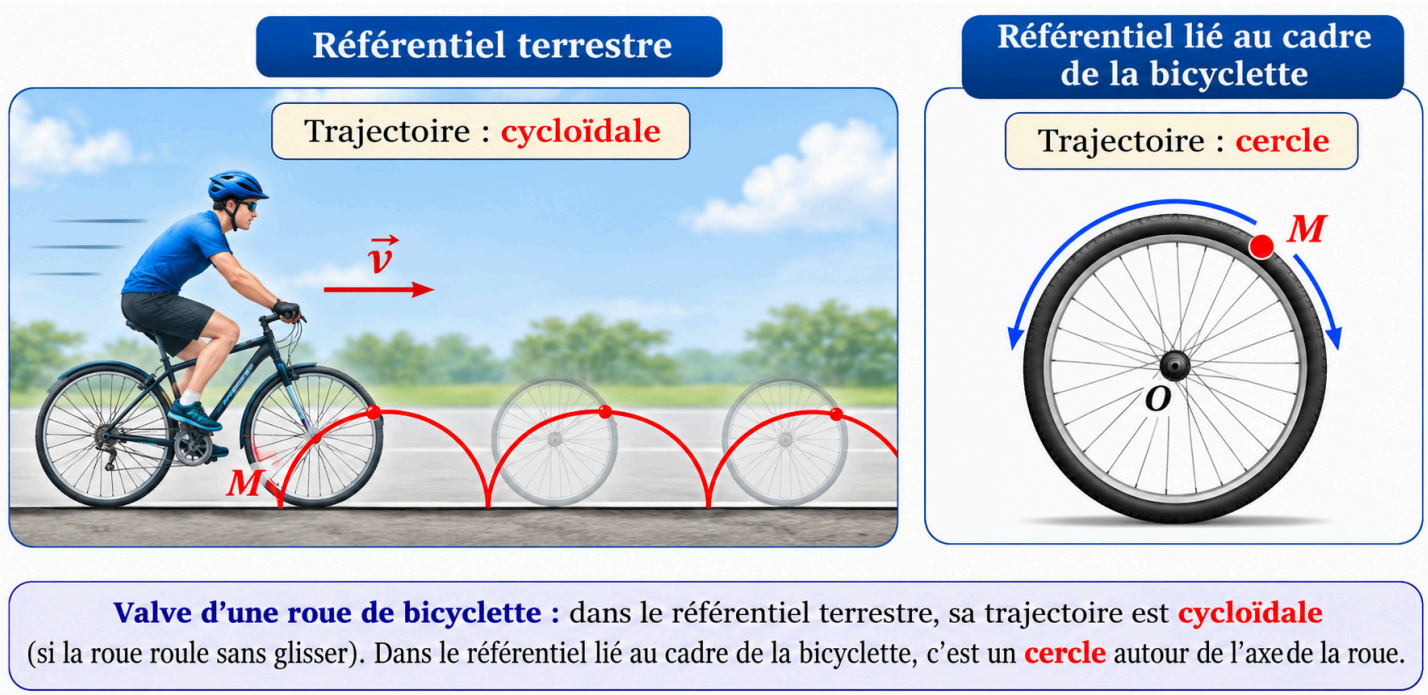
- **Le mouvement est relatif :** son état dépend du **référentiel** choisi.
- **Un référentiel** est un solide (ou un ensemble de points indéformable) auquel on associe un **repère d'espace** et un **repère de temps** permettant de décrire positions et instants.

1.2. La trajectoire

- Dans un référentiel donné, la **trajectoire** d'un point mobile est l'ensemble de ses positions successives.
- Elle est :
  - **rectiligne** : une droite ;
  - **circulaire** : un cercle ;
  - **curviligne** : une courbe quelconque, par exemple parabolique.



Exemple : Trajectoire d'un Valve d'une roue de bicyclette



Valve d'une roue de bicyclette : dans le référentiel terrestre, sa trajectoire est **cycloïdale** (si la roue roule sans glisser). Dans le référentiel lié au cadre de la bicyclette, c'est un **cercle** autour de l'axe de la roue.

1.3. Repérage dans le temps

- On choisit une origine des dates $t = 0$: les dates antérieures peuvent être négatives, les dates postérieures positives.
- Une date t s'exprime en secondes (s).
- Entre un passage en A à t_A et un passage ultérieur en B à t_B s'écoule une durée :

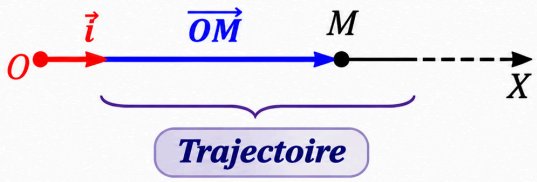
$$\boxed{\Delta t = t_B - t_A > 0}$$

- Une **durée** est positive et ne doit pas être confondue avec une date.

1.4. Repérage dans l'espace

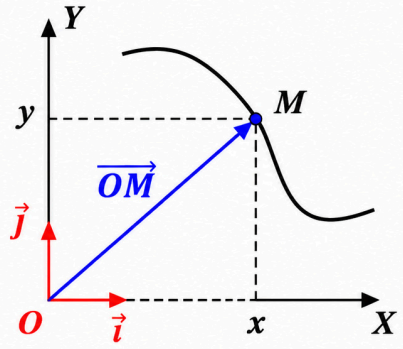
Mouvement rectiligne : Repère $(O, \vec{i})$

Vecteur position	$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i}$
Équation horaire	$x = f(t)$
Module de $\overrightarrow{OM}$	$\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$



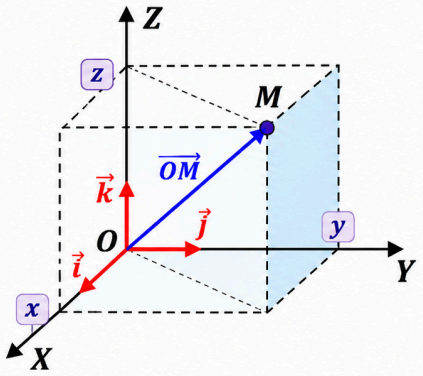
Mouvement plan : Repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Vecteur position	$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$
Équations horaires	$x = f(t)$; $y = g(t)$
Module de $\overrightarrow{OM}$	$\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2}$



Mouvement dans l'espace : Repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Vecteur position	$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$
Équations horaires	$x = f(t)$; $y = g(t)$; $z = h(t)$
Module de $\overrightarrow{OM}$	$\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$



La suite du chapitre concerne principalement le mouvement **rectiligne** et le mouvement **circulaire**.

2. Vitesse d'un point mobile

2.1. Vitesse moyenne

La vitesse moyenne est le rapport entre la **distance réellement parcourue** d et la durée du parcours :

$$\boxed{v_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{t_2 - t_1}} \quad (\mathrm{m\,s^{-1}}).$$

Exemple 1 : Saïd Aouita.
Pour 1500 m parcourus en 3 min 30 s = 210 s, on obtient :

$$v_m = \frac{1500}{210} \simeq \boxed{7{,}14\ \mathrm{m\,s^{-1}}} \simeq 25{,}7\ \mathrm{km\,h^{-1}}.$$

Exemple 2 : satellite géostationnaire.
$h = 3{,}6 \times 10^4$ km, $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km, $T = 24$ h $= 86400$ s.
Rayon orbital : $r = R_T + h = 42400$ km $= 4{,}24 \times 10^7$ m.
Distance parcourue en un tour : $d = 2\pi r$. Ainsi :

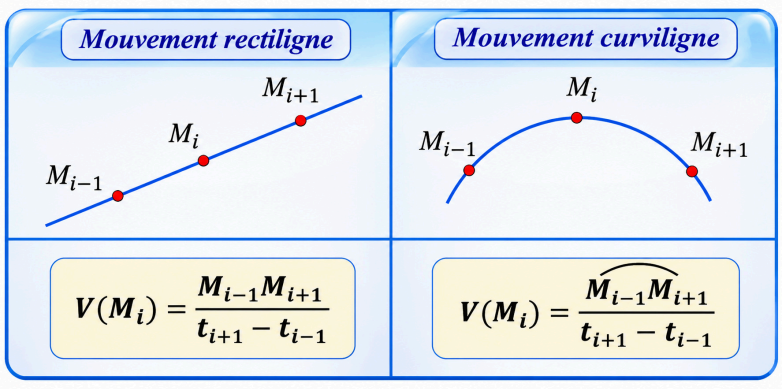
$$\boxed{v_m = \frac{2\pi r}{T} \simeq 3{,}08 \times 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}} = 3{,}08\ \mathrm{km\,s^{-1}}}.$$

2.2. Vitesse instantanée : méthode d'encadrement

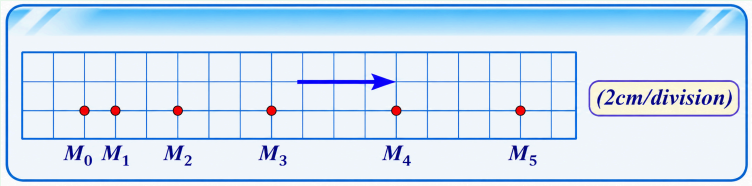
La vitesse instantanée est la vitesse du mobile à un instant donné.
Sur un enregistrement réalisé à intervalles réguliers τ, elle est **approchée** par :

$$\boxed{v_i \simeq \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}}.$$

Cette méthode utilise la distance entre les positions encadrant M_i.
Dans le cas curviligne, la corde constitue une approximation de l'arc.



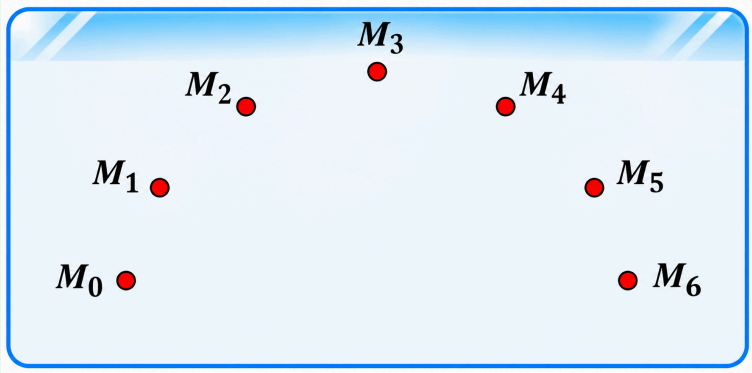
Exemple 1, enregistrement rectiligne :



$\tau = 100\,\text{ms} = 0{,}10\,\text{s}$; une division vaut 2 cm.
Exemple de calcul de v_1 : si M_0M_2 vaut 3 divisions, alors

$$v_1 = \frac{M_0M_2}{t_2-t_1} = \frac{M_0M_2}{2\tau} = \frac{3\times 0,02}{2\times 0,1} = 0,3\ m/s$$

Exemple 2, trajectoire curviligne :



$\tau = 50\,\text{ms} = 0{,}050\,\text{s}$, échelle 1/10. Pour $i = 1, \ldots, 5$:

$$v_i \simeq \frac{10\,\ell_{i-1,i+1}}{0{,}10} \quad \text{avec } \ell_{i-1,i+1} \text{ mesurée en mètres sur le dessin.}$$

La valeur exacte dépend des mesures sur le dessin imprimé (échelle de reproduction).

2.3. Le vecteur vitesse

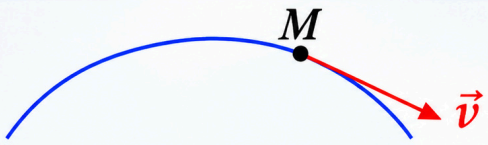
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est caractérisé par :

— ***Origine*** : position instantanée M du mobile ;

— ***Direction*** : tangente à la trajectoire au point M ;

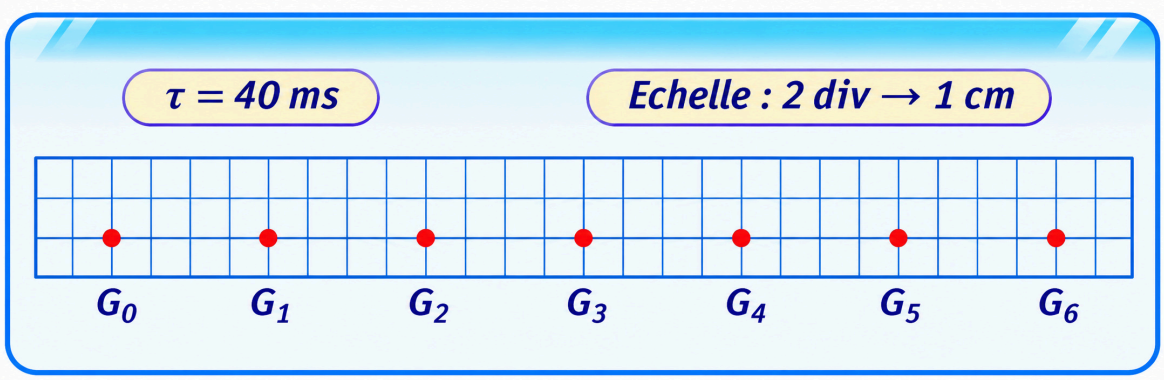
— ***Sens*** : celui du mouvement ;

— ***Module*** : $\|\vec{v}\| = v$, en $\mathrm{m\,s^{-1}}$.



Le vecteur vitesse est tangent à la courbe.

3. Le mouvement rectiligne uniforme (MRU)



Propriétés :

— Trajectoire : **droite**.

— Les distances entre deux points consécutifs sont **égales pour une même durée**. Le mouvement est **rectiligne uniforme**.

— Les vitesses v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 ont **la même valeur** $v_i = G_{i-1}G_{i+1}/2.\tau$.

— Les vecteurs vitesses ont mêmes direction, sens et module.

Définition : un mouvement est rectiligne uniforme lorsque sa trajectoire est une droite et que son vecteur vitesse est constant.

Tableau des dates (origine du temps au passage en G_1) :

Position	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
t_i (s)	$-0{,}04$	0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20
x_i (m)	0	a	$2a$	$3a$	$4a$	$5a$	$6a$

Ici $a = G_0G_1$ est la distance réelle entre deux positions consécutives (en mètres), à déterminer avec l'échelle du document.

!

3.1. Diagramme des espaces x=f(t) :

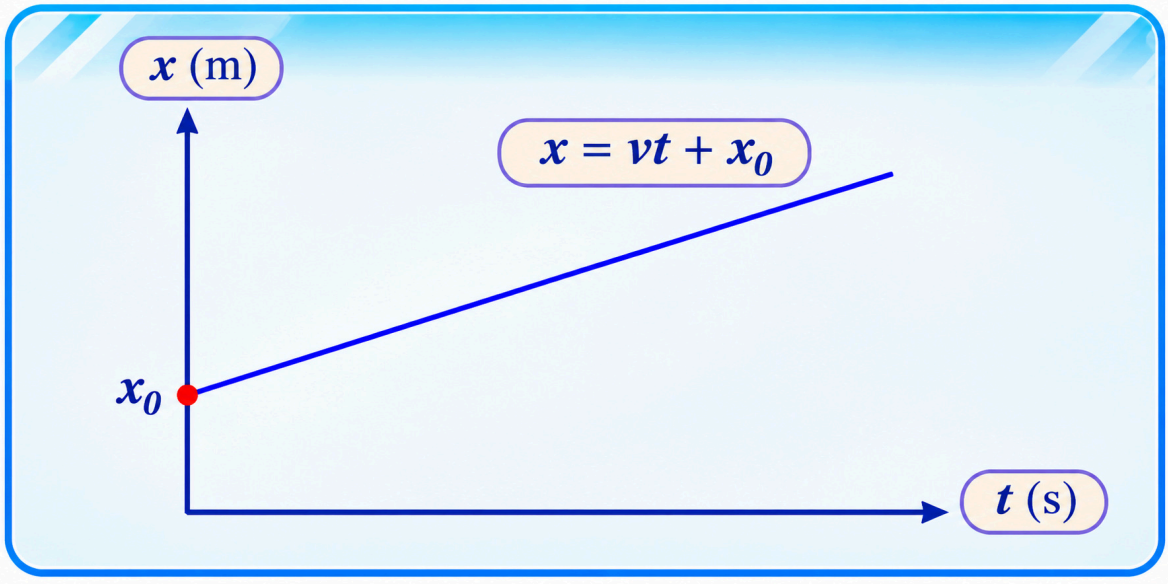


Diagramme des espaces :

— la courbe $x = f(t)$ est une **droite croissante** :

— $x(t) = vt + x_0$, avec $v = a/0{,}04$ et $x_0 = a$ (puisque $t = 0$ au point G_1).

— Le coefficient directeur vaut $\Delta x/\Delta t = v$.

3.2. Généralisation

— Le mouvement rectiligne uniforme est caractérisé par un **vecteur vitesse constant**.

— Son équation horaire sur un axe orienté est :

$$\boxed{x(t) = v\,t + x_0}$$

— v : **vitesse algébrique** (coefficient directeur), en $\mathrm{m\,s^{-1}}$.

— x_0 : **abscisse initiale à** $t = 0$, en mètres.

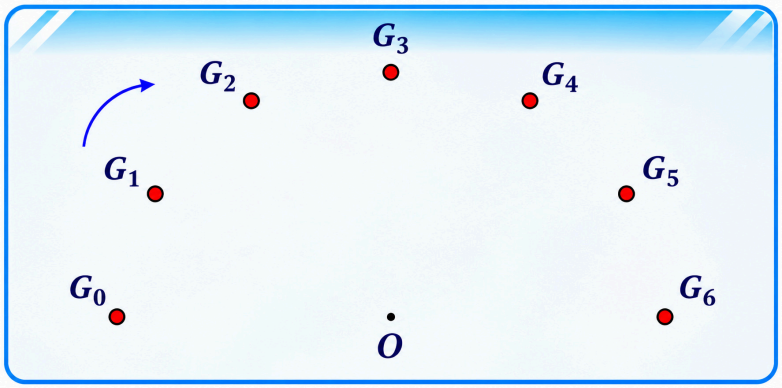
— Si $v > 0$: mouvement dans le sens de l'axe ;

— Si $v < 0$: dans le sens inverse.

Lorsque $x_0 = 0$, l'équation devient $x = vt$: le diagramme des espaces est une droite passant par l'origine.

4. Le mouvement circulaire uniforme (MCU)

4.1. Mouvement circulaire uniforme :



Propriétés :

— La trajectoire de G est un **arc de cercle**, de centre O et de rayon $R = OG_i$ constant.

— Pour des durées égales, les distances le long de la trajectoire sont égales : la **valeur de la vitesse est constante**.

— On approxime $v_i \simeq G_{i-1}G_{i+1}/(2\tau)$ pour $i = 1, \ldots, 5$; les cinq valeurs sont pratiquement égales.

— Les vecteurs $\vec{v}_1, \vec{v}_3, \vec{v}_5$ sont **tangents au cercle**, dirigés dans le sens du mouvement.

— Leur **direction change** : le vecteur vitesse n'est donc **pas constant**, même si son module l'est.

4.2. Généralisation

Un point est en **mouvement circulaire uniforme** si sa trajectoire est un cercle (ou un arc de cercle) de rayon R et si le **module de son vecteur vitesse reste constant**.
Contrairement au MRU, la direction du vecteur vitesse varie.

4.3. Période et fréquence

Période T : durée nécessaire pour effectuer un tour complet, exprimée en secondes. Un tour correspond à une distance $2\pi R$; par conséquent :

$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{v}} \quad (T \text{ en s}).$$

Fréquence f (notée N dans le document) : nombre de tours par seconde, exprimé en hertz (Hz) :

$$\boxed{f = N = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi R}} \quad (f \text{ en Hz}).$$

Exemple d'application :

— Un mobile parcourt un cercle de rayon $R = 0{,}50\,\text{m}$ à vitesse constante $v = 2{,}0\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

— Alors $T = \frac{2\pi \times 0{,}50}{2{,}0} = 1{,}57\,\text{s}$

— De fréquence $f = 1/T \simeq 0{,}637\,\text{Hz}$.