Chapitre I : Notions élémentaires

1. Comment écrire les puissances de 10 ?

Pour tout entier naturel n, 10^n est le produit de n facteurs égaux à 10.
Pour $n > 0$, $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$.
De plus, $10^0 = 1$.

Puissances positives	Puissances négatives
$100 = 10^2$	$0{,}1 = 10^{-1}$
$100\,000 = 10^5$	$0{,}0001 = 10^{-4}$
$2000 = 2 \times 10^3$	$0{,}00004 = 4 \times 10^{-5}$
$4\,000\,000 = 4 \times 10^6$	$0{,}005 = 5 \times 10^{-3}$

Une puissance de dix négative représente un nombre positif inférieur à 1, et non un nombre négatif.

2. Comment écrire un nombre ?

L'**écriture scientifique** d'un nombre réel non nul X est :

$$\boxed{X = a \times 10^n}$$

où $n \in \mathbb{Z}$ et $1 \leq |a| < 10$.
Pour un nombre positif, $1 \leq a < 10$.

Exemples :

$5271 = 5{,}271 \times 10^3$ $\qquad$ $0{,}000135 = 1{,}35 \times 10^{-4}$

$7\,310\,000 = 7{,}31 \times 10^6$ $\qquad$ $0{,}000000143 = 1{,}43 \times 10^{-7}$

3. Qu'est-ce que l'ordre de grandeur d'un nombre ?

L'**ordre de grandeur** est une valeur approximative simple d'un nombre, souvent une puissance de dix.

$$\boxed{\mathrm{OG}(X) = \begin{cases} 10^n & a < 5, \\ 10^{n+1} & a \geq 5. \end{cases}}$$

Exemples :

$2{,}3 \times 10^{8} \longrightarrow 10^{8}$ $\qquad$ $6{,}4 \times 10^{3} \longrightarrow 10^{4}$

$3{,}8 \times 10^{-2} \longrightarrow 10^{-2}$ $\qquad$ $7 \times 10^{-4} \longrightarrow 10^{-3}$

4. Qu'est-ce que le nombre de chiffres significatifs ?

Les **chiffres significatifs** traduisent la précision d'une mesure.
Tous les chiffres non nuls comptent ;
Les zéros entre deux chiffres non nuls comptent également ;
Les zéros placés avant le premier chiffre non nul ne comptent pas.
Les zéros terminaux après une virgule sont significatifs.

Exemples :

Nombre	408,07	93,0	0045,7	0,046	0,100	27,00
Chiffres significatifs	5	3	3	2	3	4

La virgule et la puissance de 10 ne sont pas comptées.
Exemple : $4{,}50 \times 10^{3}$ possède 3 chiffres significatifs.

5. Utilisation des chiffres significatifs dans un résultat

Pour une **multiplication ou division**, le résultat a autant de chiffres significatifs que la donnée qui en possède le moins.

Exemple 1 :
$X = 1{,}52 \times 2{,}3 = 3{,}496$.
2,3 possède seulement **2 chiffres significatifs** ;
ainsi $\boxed{X \simeq 3{,}5}$.

Pour une **addition ou soustraction**, on conserve autant de décimales que la donnée la moins précise en décimales.
On arrondit de préférence à la fin du calcul.

Exemple 2 :
$X = (2{,}05 + 5{,}1) \times \dfrac{2{,}125}{3{,}8 \times 10^{-2}}$.
La somme vaut 7,15, arrondie au dixième 7,2 pour l'addition.
La donnée $3{,}8 \times 10^{-2}$ possède **2 chiffres significatifs**. Le résultat non arrondi du calcul est $X \simeq 399{,}84$.
On donne donc $\boxed{X \simeq 4{,}0 \times 10^{2}}$ (2 chiffres significatifs).

6. Multiples et sous-multiples des unités

Multiples	Sous-multiples
kilo (k) : 10^3	centi (c) : 10^{-2}
méga (M) : 10^6	milli (m) : 10^{-3}
giga (G) : 10^9	micro (μ) : 10^{-6}
téra (T) : 10^{12}	nano (n) : 10^{-9}
Année-lumière : 1 al $\simeq 9{,}46 \times 10^{12}$ km	pico (p) : 10^{-12}
Unité astronomique : 1 ua $\simeq 1{,}50 \times 10^8$ km	femto (f) : 10^{-15}

On écrit **téra**, et non « tétra ».
Les symboles distinguent majuscules et minuscules : M (méga) et m (milli).
L'année-lumière et l'unité astronomique sont des unités de **longueur**.

7. Comment la matière est-elle répartie dans l'Univers ?

On distingue trois échelles pour décrire les objets de l'Univers :
- L'**infiniment petit** ;
- L'**échelle humaine**
- L'**échelle cosmique**.

Infiniment petit	Échelle humaine	Échelle cosmique
Objets microscopiques non visibles individuellement à l'œil nu.	Objets courants directement observables et mesurables.	Objets et distances astronomiques, étudiés par observation indirecte ou instrumentale.
Atomes, molécules, cellules, bactéries, acariens.	Arbres, immeubles, êtres humains, voitures.	Planètes, étoiles, satellites, comètes, galaxies.
fm, pm, nm, μm.	mm, cm, m, km.	km, ua, al.

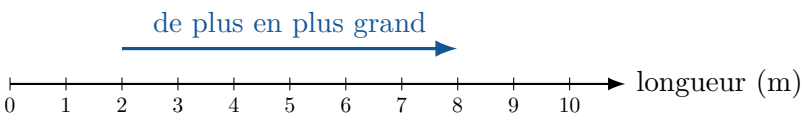
Les catégories ci-dessus sont pédagogiques : certains objets microscopiques peuvent être observés à l'aide d'instruments, et certaines dimensions astronomiques peuvent être calculées avec précision.

8. Comment classer les longueurs ?

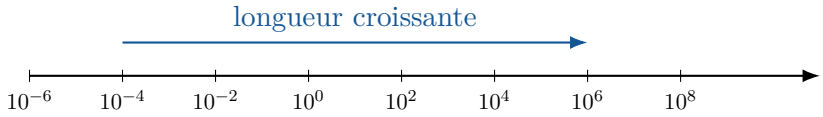
Pour comparer des longueurs, on les exprime dans **la même unité** et on compare leurs ordres de grandeur.

— Pour des longueurs voisines, un **axe linéaire** convient.

— Pour des longueurs très différentes, on utilise un **axe logarithmique** gradué en puissances de dix.

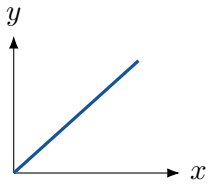
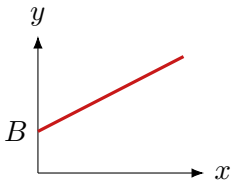


Axe linéaire (exemple).



Axe logarithmique en puissances de dix (exemple).

9. Fonction linéaire et fonction affine

Fonction linéaire	Fonction affine
$\boxed{y = Ax}$, la droite passe par l'origine ($B = 0$).	$\boxed{y = Ax + B}$, avec une ordonnée à l'origine B ; si $B \neq 0$, elle ne passe pas par l'origine.
	

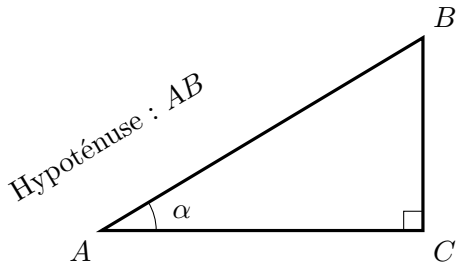
Le **coefficient directeur** (ou pente) vaut, pour deux points distincts d'abscisses différentes,

$$\boxed{A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}.$$

La droite est croissante si $A > 0$;
Décroissante si $A < 0$;
Horizontale si $A = 0$.
En physique, l'unité de A est celle de y divisée par celle de x.

10. Relations trigonométriques dans un triangle rectangle

Considérons un triangle ABC rectangle en C, avec $\alpha = \widehat{BAC}$.



Opposé : BC

Adjacent : AC

$$\boxed{\sin\alpha = \frac{BC}{AB}}, \qquad \boxed{\cos\alpha = \frac{AC}{AB}}, \qquad \boxed{\tan\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}.$$

Théorème de Pythagore : puisque le triangle est rectangle en C,

$$\boxed{AB^2 = AC^2 + BC^2} \qquad \boxed{AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}}.$$